

# 基于最小描述长度的 Context 量化方法研究

卜春芬<sup>1</sup>, 陈旻<sup>2</sup>, 殷启新<sup>2</sup>

(1. 昆明学院 物理科学与技术系, 云南 昆明 650214, 2. 云南警官学院 信息网络安全学院, 云南 昆明 650223)

**摘要:**介绍一种自适应优化 Context 量化算法. 量化器优化目标为令训练序列描述长度最短. 定义描述长度增量作为聚类相似性测度并使用混合聚类算法实现 Context 量化以保证量化器在多进制信源下获得优化量化结果, 从而克服以往优化 Context 量化器不能应用于多进制信源或不能自适应获得量化级数等限制. 最后将量化算法应用于图像小波压缩. 实验结果表明, 最短描述长度 Context 量化器能够获得与人工精心调试的经验量化器类似的压缩效率, 而不依赖于人工经验.

**关键词:**Context 量化; 描述长度; 描述长度增量; 图像小波压缩

**中图分类号:**TN919 **文献标识码:**A **文章编号:**1674-5639(2017)06-0063-05

**DOI:**10.14091/j.cnki.kmxyxb.2017.06.014

## Research on Method of Context Quantization Based on Minimum Description Length

BU Chunfen<sup>1</sup>, CHEN Min<sup>2</sup>, YIN Qixin<sup>2</sup>

(1. Department of Physics Science and Technology, Kunming University, Kunming, Yunnan, China 650214;

2. Information-Net Security College, Yunnan Police College, Kunming, Yunnan, China 650223)

**Abstract:** The self adaptive optimized context quantization algorithm is presented and the optimized aim of the quantizer is to minimize the description length of the training sequence. The increment of the description length is defined as the similarity measure and with the clustering operation, Context quantization is realized to guarantee that the quantizer gets the optimized and quantitative results under the multi-system information source so as to overcome the limits of previously proposed context quantization algorithms which cannot be applied to non-binary sources or cannot be adaptive to determine the quantization levels. The proposed algorithm is then applied to an image wavelet compression system. Experiment results indicate that without any human intervention, context quantizer of minimum description length can acquire the similar compression efficiency as the empirical quantizer carefully tweaked by people.

**Key words:** Context quantization; description length; increment of the description length; image wavelet compression

目前 Context 建模熵编码技术已广泛应用于图像等数字信号的压缩, 例如 JPEG2000 及其改进<sup>[1-2]</sup>. 然而在高阶 Context 建模时, 由于“模型稀释”效应<sup>[3]</sup>, 导致编码码长不减反增. 由于 Context 建模熵编码压缩的下界是条件概率分布的熵值, 但在估计高阶条件概率分布时, 统计计数值会严重分散到过多条件概率分布中, 导致估计出的条件概率分布偏离“真实”分布过多, 甚至趋于均匀化, 这就使得最终码长增加. 码长偏离熵的部分就是模型代价<sup>[4]</sup>. 而 Context 量化可通过合并条件概率分布来克服“模型稀释”以降低模型代价. 目前 Context 量化

器分为经验量化<sup>[1,5-6]</sup>和优化量化<sup>[2,7-10]</sup>两大类. 文献[1]中, 针对图像小波变换后的不同子带, 采用不同经验量化器降低模型规模以保证压缩效率. 文献[5]中, 经验 Context 量化用于提高 JPEG2000 编码芯片的压缩效率和运行速度. 同样在文献[6]中, 经验 Context 量化用于图像小波压缩, 在精心调试后可以获得很好的压缩结果. 此外, 基于最优化准则的 Context 量化改进了经验量化的不足. 文献[7~8]中, Context 量化的优化目标分别为量化后条件概率分布的条件熵最小<sup>[7]</sup>和互信息最大<sup>[8]</sup>. 该类算法采用相对熵作为条件概率分布间的相似测度, 在给定

收稿日期: 2017-10-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61062005); 云南省自然科学基金资助项目(2016FB113).

作者简介: 卜春芬(1978—), 女, 云南大理人, 讲师, 硕士, 主要从事计算机软件与理论研究.

量化级数的前提下,获得条件熵最小或互信息最大的编码模型.然而在量化过程中,该类算法并没有更好的办法来自适应获得最优量化级数,必须人工指定.此外,基于最短自适应码长的 Context 量化器(MCLCQ)旨在使量化后模型的自适应码长最短.鉴于在二进制信源情况下,条件概率分布可以由该分布中的一个概率唯一决定,MCLCQ 首先按照此概率值对所有条件概率分布进行排序,然后借助动态规划<sup>[9]</sup>或最短路径算法<sup>[10]</sup>来实现最优 Context 量化.文献[2]将 MCLCQ 用于 JPEG2000 重要性编码以获得比传统 JPEG2000 更理想的压缩结果.然而在多进制信源情况下,无法对条件概率分布进行排序.这也使得 MCLCQ 无法直接应用于多进制信源.

实际上,Context 量化类似于矢量量化<sup>[7]</sup>,在给定的聚类相似测度的条件下,可以采用聚类算法实现.本文提出了以代表 Context 量化前后模型描述复杂度变化的描述长度增量作为聚类相似性测度的思路,并讨论其性质.随后,本文基于层次聚类思想设计了一种最短描述长度 Context 量化器,并将其应用于图像小波压缩中以对文献[6]算法进行改进.该量化器不仅能够自适应获得量化级数,同时可以在多进制信源(包括二进制信源)情况下获得优化的 Context 量化结果.

## 1 Context 量化

对序列  $x^n = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_0)$  进行  $k$  阶 Context 建模熵编码时,所需码长可由(1)式近似计算:

$$L(x^n) \approx -\log \prod_{i=0}^n P(x_i | x_{i-1}, \dots, x_{i-k}), \quad (1)$$

其中,信源符号  $x_i$  属于集合  $\{a_1, \dots, a_I\}$ . 已知条件  $x_{i-1}, \dots, x_{i-k}$  的一个组合  $c_j, j \in \{1, \dots, I^k\}$  称为一个 Context 事件.采用对  $x^n$  中符号统计计数的方法对  $t$  时刻条件概率分布  $P(x_t | c_j)$  中的每个概率进行估计.若将信源序列  $(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_0)$  中以  $c_j$  为 Context 的符号看作一个子序列  $x^{(j)}$ ,则  $n_{i,j}$  代表该子序列中,取值为  $a_i$  的符号出现的次数.采用计数向量  $V_j = (n_{1,j}, \dots, n_{I,j})$  表示信源子序列  $x^{(j)}$  中符号  $a_1, \dots, a_I$  出现的次数.若  $n_j$  为  $V_j$  中所有计数值的总和,则分布  $P(x_t | c_j)$  中的每个条件概率由下式估计:

$$p(x_t = a_i | c_j) = \frac{n_{i,j} + 1}{n_j + I}. \quad (2)$$

显然,随着  $k$  增加,可能的条件概率分布数量呈指数增长,在有限训练序列长度下将产生严重的“模型稀释”.若将  $I^k$  个条件概率分布  $P(x | c_j)$  按某种准则合并为  $M$  个:  $P(x | q_m), m \in \{1, \dots, M\}$ ,即可减少条件概率分布数量,缓解“模型稀释”,此即 Context 量化的思想,其中  $q_m$  为量化后 Context 的一个状态.

## 2 最小描述长度 Context 量化

### 2.1 描述长度

由计数向量  $V_j$ ,将(2)式代入(1)式可得信源序列  $x^n$  中以  $c_j$  为 Context 的所有符号构成的子序列  $x^{(j)}$  的描述长度  $L_j$ <sup>[11]</sup>:

$$L_j = -\log \frac{(I-1)! \prod_{i=1}^I n_{i,j}!}{(n_j + I - 1)!}. \quad (3)$$

利用斯特林公式计算(3)式中的阶乘,可以得到描述长度的近似计算式:

$$L_j = -\sum_{i=1}^I \left[ \left( n_{i,j} + \frac{1}{2} \right) \log \frac{n_{i,j}}{n_j + I - 1} \right] + \frac{I-1}{2} \log(n_j + I - 1) - \left( I - \frac{1}{2} \right) \log(I - 1) - \frac{I}{2} \log(2\pi), \quad (4)$$

若  $n_j \gg I$ ,则:

$$\begin{aligned} L_j &\approx -n_j \sum_{i=1}^I \frac{n_{i,j}}{n_j} \log \frac{n_{i,j}}{n_j} + \frac{I-1}{2} \log n_j \\ &= n_j H(X | c_j) + \frac{I-1}{2} \log n_j. \end{aligned} \quad (5)$$

上式第1部分实际上代表使用条件概率分布  $P(x | c_j)$  对子序列  $x^{(j)}$  进行编码所需的码长,第2部分代表对  $P(x | c_j)$  进行描述的代价.而且从(5)式可知,描述长度  $L_j$  只与计数向量  $V_j$  的各计数值有关.将  $k$  阶 Context 模型的  $I^k$  个条件概率分布对应的描述长度相加即可得到该模型下序列  $x^n$  的描述长度  $L(x^n)$ :

$$L(x^n) = \sum_{j=1}^{I^k} L_j, \quad (6)$$

$L(x^n)$  同样包含两部分,一部分是利用该模型对序列  $x^n$  编码的码长,另一部分是对该模型描述代价.

同时,结合(2)式和(5)式可知,模型稀释必然带来描述长度的增加.因此 Context 量化目标可以设定为:量化后,训练序列  $x^n$  描述长度最短.本文中,

我们将使用聚类算法来实现最短描述长度 Context 量化, 但需给出聚类相似性测度. 于是我们提出用描述长度增量作为聚类相似性测度.

## 2.2 描述长度增量

描述长度增量  $\Delta L_{mk} = L_{mk} - (L_m + L_k)$  表示两个条件概率分布  $P(x | c_m)$  和  $P(x | c_k)$  对应的计数向量  $V_m$  和  $V_k$  合并前后描述长度的变化. 其中  $L_{mk}$  代表合并后的计数向量  $V_{mk}$  的描述长度. 结合(4)式, 可得:

$$\begin{aligned} \Delta L_{mk} &= L_{mk} - (L_m + L_k) \\ &= n_m \sum_{i=1}^I \left( \frac{n_{i,m}}{n_m} \right) \log \left[ \left( \frac{n_{i,m}}{n_m} \right) / \left( \frac{n_{i,mk}}{n_{mk}} \right) \right] + \\ &\quad n_k \sum_{i=1}^I \left( \frac{n_{i,k}}{n_k} \right) \log \left[ \left( \frac{n_{i,k}}{n_k} \right) / \left( \frac{n_{i,mk}}{n_{mk}} \right) \right] - \\ &\quad \frac{I-1}{2} \log \frac{n_m n_k}{n_m + n_k} \\ &= n_m D(P(x | c_m) || P(x | c_{mk})) + \\ &\quad n_k D(P(x | c_k) || P(x | c_{mk})) - \\ &\quad \frac{I-1}{2} \log \frac{n_m n_k}{n_m + n_k}. \end{aligned} \quad (7)$$

显然, 首先描述长度增量满足于对称性, 即  $\Delta L_{mk} = \Delta L_{km}$ . 其次,  $\Delta L_{mk}$  实际上等价于相对熵加权, 这意味着描述长度增量不仅与条件概率分布的相似性有关, 也与分布获得的计数值有关. 第三, 当  $n_m, n_k > 2$  时, 上式中第3部分是负的, 表明  $\Delta L_{mk}$  可以取负值, 即  $V_m$  和  $V_k$  合并可能降低描述长度. 这样一来, 直接比较  $\Delta L_{mk}$  和  $\Delta L_{pq}$  就有意义, 因为当  $\Delta L_{mk} > \Delta L_{pq}$  且  $\Delta L_{pq} < 0$  时, 表明应先将  $V_p$  和  $V_q$  合并. 基于以上讨论, 可以看出我们提出的局部相似性度量  $\Delta L_{mk}$  将会大大方便采用聚类算法来实现 Context 量化.

## 2.3 混合聚类 Context 量化

我们利用描述长度增量作为聚类算法所需的相似测度, 提出一种基于层次聚类思想并结合分区聚类特点的混合型算法, 以实现最小描述长度 Context 量化. 该算法的主要思路是将所有计数向量看作初始类, 然后再将计数向量从一个类移动到能让描述长度减少量最多的另一个类. 这样不合适的类将由于其中计数向量逐渐被移走而消失. 随着类的减少, 总的描述长度将经历逐渐减少直至不再减少的过程, 当总的描述长度减少量小于一定门限或者迭代超过一定次数就终止算法, 从而实现最佳 Context 量化. 算法描述如下:

**步骤1** 初始化. 将具有相同分布的计数向量合并, 然后将剩下的每一个计数向量都作为一个初始类;

**步骤2** 尝试将每个向量  $v_k$  从自己所属类  $mk$  中取走, 若类  $mk$  非空, 则计算  $\Delta L_{mk}$ , 否则令  $\Delta L_{mk} = 0$ ;

**步骤3** 将计数向量  $v_k$  尝试移入每一个非自己所属的类  $n$  中, 计算增量  $\Delta L_{kn}$ , 同时计算  $\Delta L_{kn} - \Delta L_{mk}$ ;

**步骤4** 若存在类  $n_1$ , 使得当  $n = n_1$  时,  $\min_n (\Delta L_{kn} - \Delta L_{mk}) < 0$ , 则将计数向量  $v_k$  从类  $mk$  中移入类  $n_1$ ;

**步骤5** 检测终止条件, 如果满足, 则终止算法. 否则回到步骤2.

## 3 实验

本文使用 17 幅标准图像作为训练数据, 另外 3 幅图像 (lena, barb 和 goldhill) 作为测试图像. 按照文献[6]方法, 先将图像进行小波变换, 并将小波系数通过带死区的均匀量化器, 然后将量化后的系数分解为重要性地图 (MAP)、正负号 (SIGN)、最重要比特位置 (PMSB) 和剩余比特 (RB) 4 部分. 即对每一个量化后的小波系数根据其为零或非零用一个 MAP 符号表示; 若其为非零, 再将其正负号用一个 SIGN 符号表示; 最后将其非零幅值分别用二进制最高位的位置 PMSB 符号和其余比特 RB 表示. 其中 MAP, SIGN 和 RB 为二进制符号, PMSB 为多进制符号. 除符号间相关性不强的 RB 符号外, 其余 3 种符号都进行基于 Context 建模的熵编码. 我们分别为以上 3 种符号集建立 Context 模型. 建模时, 各模型中 Context 条件均统一使用量化后小波系数值. 设当前符号由  $x(i, j)$  表示, 各条件位为:  $c_1 = x(i, j-1)$ ,  $c_2 = x(i-1, j)$ ,  $c_4 = x(i-1, j+1)$ ,  $c_5 = x(i, j-2)$ ,  $c_6 = x(i-2, j)$ ,  $c_7 = x(i-1, j-1)$ , 而  $c_3$  为小波变换较小一级尺度下, 相同方向子带中, 与  $x(i, j)$  同一空间位置的小波系数值.

在本文算法中, MAP, SIGN 和 PMSB 这 3 部分的模型阶数分别定为 7, 7 和 6, 其中 PMSB 使用的 6 个条件位中不包括  $c_3$ . 这是因为  $c_3$  的 PMSB 值通常比当前 PMSB 值大, 且与当前 PMSB 值相关性不强, 因此不选作条件.

选择文献[6]的图像小波压缩系统作为检测本文自适应 Context 量化的实验平台, 是因为该系统中小波系数进行分解后, 既包括了二进制符号流 (MAP 和 SIGN), 也包括多进制符号流 (PMSB), 这

就为本文算法的验证提供了多种测试符号流. 同时图像的压缩结果也可以为本文量化算法的综合评价提供依据. 但区别于文献[6]的是, 本文采用最小描述长度 Context 量化器对各 Context 模型进行自适应量化以替代原来人工精心调试的经验量化和加权等 Context 建模手段. 另外, 在实现 Context 量化时我们将  $n_j = 1$  的计数向量  $v_j$  排除不参与量化. 虽然这样的计数向量排除与否并不影响最终 Context 量化的最优性, 但若不排除却会在计算总描述长度时出现

不合理的结果. 例如, 对长度为 10 000 的二进制训练序列, 若 Context 模型很复杂, 则每个分布可能只有 1 个计数值, 这时描述长度本应为 10 000 bit, 但按照相同的概率分布可以合并的原则, 最终只会剩下两个计数向量, 且对应的概率分布都非常奇异, 从而只有极短的总描述长度.

我们将各量化后的 Context 模型用于编码并将结果与文献[6]进行对比. 不同 PSNR 情况下, 两种算法的图像编码结果如表 1 所示.

表 1 图像编码结果对比

图像	psnr	算法	编码 bit 率/(bit · symbol <sup>-1</sup> )			
			MAP	SIGN	PMSB	总和
lena	40.76	本文	0.477	0.175	0.352	1.005
		文献[6]	0.475	0.176	0.348	1.000
	37.59	本文	0.233	0.084	0.182	0.499
		文献[6]	0.233	0.085	0.181	0.500
	34.51	本文	0.121	0.043	0.084	0.248
		文献[6]	0.121	0.045	0.084	0.250
barb	37.47	本文	0.393	0.182	0.433	1.008
		文献[6]	0.386	0.183	0.430	1.000
	32.43	本文	0.242	0.093	0.166	0.501
		文献[6]	0.236	0.097	0.166	0.499
	28.51	本文	0.144	0.048	0.058	0.251
		文献[6]	0.141	0.049	0.059	0.249
goldhill	37.03	本文	0.504	0.184	0.312	1.002
		文献[6]	0.504	0.183	0.312	1.000
	33.53	本文	0.277	0.085	0.135	0.498
		文献[6]	0.278	0.087	0.134	0.499
	30.85	本文	0.147	0.040	0.060	0.247
		文献[6]	0.149	0.041	0.060	0.249

从表 1 中可以看出, 最小描述长度 Context 量化获得的压缩结果与文献[6]中人工精心调试的经验量化器的结果是非常接近的. 这也证明了自适应 Context 量化器能够获得较理想的压缩效果. 而且本文 Context 量化器不依赖人工调试, 这是其优于文献[6]量化器的突出特点.

同时不论对二进制符号流(MAP 和 SIGN)还是多进制符号流(PMSB), 最小描述长度 Context 量化器均能获得与文献[6]相近, 甚至更好的结果. 值得一提的是对 PMSB 符号流的 Context 量化, 由于 PMSB 符号流是多进制信源, 且图像中非零小波系数较少, 人工调试已无法获得较理想的 Context 量化

器, 文献[6]中实际上是采用加权的方法来进行 Context 建模的. 而在本文中, 我们针对 PMSB 符号流进行自适应 Context 量化, 其结果优于文献[6]. 这说明最小描述长度 Context 量化在多进制信源情况下同样表现较好. 同时最小描述长度 Context 量化器能够自适应获得量化级数. 限于篇幅, 本文没有给出量化级数的对比, 但实际上本文算法自适应确定的量化级数与文献[6]中人工调试获得的量化级数是较为接近的. 例如训练过程取图像编码 bit 率为 1.0 bpp 时, MAP 部分的量化级数为 242(文献[6]中 MAP 部分量化级数为 228), SIGN 部分的量化级数为 16(文献[6]中为 9).

## 4 结论

以本文提出的描述长度增量作为条件概率分布间的相似性测度, 可以基于聚类算法和最小描述长度准则实现自适应的 Context 量化. 同时, 本文提出的 Context 量化算法无论对二进制还是多进制信源均能同时自适应确定量化级数和优化的量化分区. 基于小波的图像压缩对比实验结果表明, 该 Context 量化算法获得了与人工精心调试的经验量化器类似的压缩效率, 但却不依赖人工经验, 因此本方法可推广至其他基于 Context 建模的熵编码应用中.

### [参考文献]

- [1] 袁建亮, 朱远平. 基于 JPEG2000 的感兴趣区域压缩编码算法[J]. 天津师范大学学报, 2014, 34(1): 42 - 46.
- [2] 周映虹, 马争鸣. JPEG2000 中重要性编码及上下文建模的改进[J]. 中国图像图形学报, 2008, 13(8): 1402 - 1410.
- [3] WEINBERGER M J, RISSANEN J. Applications of universal context modeling to lossless compression of gray-scale images [J]. IEEE Trans Image Processing, 1996, 5(4): 575 - 586.
- [4] WU X, ZHAI G. Adaptive sequential prediction of multidimensional signals with applications to lossless image coding [J]. IEEE Trans Image Processing, 2011, 20(1): 36 - 42.
- [5] 刘文松, 朱恩, 王健, 等. JPEG2000 算术编码器的算法优化和 VLSI 设计[J]. 电子学报, 2011, 39(11): 2486 - 2491.
- [6] CHEN J H, ZHANG Y F, SHI X L. Image coding based on wavelet transform and uniform scalar dead zone quantizer [J]. Signal Processing: Image Communication, 2006, 21: 562 - 572.
- [7] WU X, CHOU P A, XUE X. Minimum conditional entropy context quantization [J]. IEEE International Symposium on Information Theory, 2000, 28(3): 43.
- [8] CAGNAZZO M, ANTONINI M, BARLAUD M. Mutual information-based context quantization [J]. Signal Processing: Image Communication, 2010, 25(1): 64 - 74.
- [9] FORCHHAMMER S, WU X, ANDERSEN J D. Optimal context quantization in lossless compression of image data sequences [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 509 - 517.
- [10] FORCHHAMMER S, WU X. Context quantization by minimum adaptive code length [J]. IEEE International Symposium on Information Theory, 2007, 36(2): 246 - 250.
- [11] RISSANEN J. Stochastic complexity and modeling [J]. The Annals of Statistics, 1986, 14(3): 1080 - 1100.
- (上接第 62 页)
- [8] GIROD L, ESTRIN D. Robust range estimation using acoustic and multimodal sensing [J]. IEEE Robotics and Automation Society, 2001(3): 1312 - 1320.
- [9] LOUKAS L, POOVENDRAN R. POPE: robust position estimation in wireless sensor networks [J]. International Conference on Information Processing in Sensor Networks, 2005, 43: 324 - 331.
- [10] WU G, WANG S, WANG B, et al. A novel range-free localization based on regulated neighborhood distance for wireless ad hoc and sensor networks [J]. Computer Networks, 2012, 56: 3581 - 3593.
- [11] NICULESCU D, NATH B. DV based positioning in ad hoc networks [J]. Telecommunication Systems, 2003, 22: 267 - 280.
- [12] HE T, HUANG C, BLUM B M, et al. Range-free localization and its impact on large scale sensor networks [J]. ACM Transactions on Embedded Computing System, 2005, 4(4): 877 - 906.
- [13] 石为人, 贾传江, 梁焕焕. 一种改进的无线传感器网络 DV-Hop 定位算法 [J]. 传感技术学报, 2011, 24(1): 83 - 87.
- [14] 刘颖. 一种无线传感器网络的 Amorphous 定位算法改进 [J]. 制造业自动化, 2011, 33(1): 161 - 163.
- [15] KUMAR S K, LOBIYAL D K. Improvement over DV-hop localization algorithm for wireless sensor networks [J]. World Academy of Science, 2013, 7(4): 235 - 245.
- [16] LIU Y, LUO X, LONG C, et al. Improved DV-hop localization algorithm based on the ratio of distance and path length [J]. Journal of Information & Computational Science, 2012, 9(7): 1875 - 1882.
- [17] MANISEKARAN S V, VENKATESAN R. Cluster-based architecture for Range-free localization in wireless sensor networks [J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2014, 2014(9): 1 - 9.
- [18] GUI L, T VAL T, A WEI A. Improvement of range-free localization technology by a novel DV-hop protocol in wireless sensor networks [J]. Ad Hoc Networks, 2015, 24: 55 - 73.